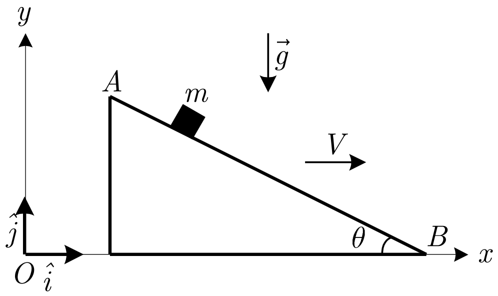


۱) جسم کوچکی به جرم m از نقطه‌ی A بالای سطح شیبداری با زاویه‌ی شیب θ به پایین سر می‌خورد. ضریب اصطکاک جنبشی این جسم با سطح شیبدار μ است. این سطح شیبدار مطابق شکل روی سطح افقی، همواره با سرعت ثابت V به سمت راست حرکت می‌کند. کمیت‌های خواسته شده در بخش‌های مختلف این مسئله را در دستگاه مختصات xOy به دست آورید.

آ) اگر جسم m از حال سکون در لحظه‌ی $t=0$ نسبت به سطح شیبدار رها و به مدت t حرکت کرده باشد، بردار جابه‌جایی جسم m را نسبت به O از $t=0$ تا t به دست آورید. جواب را بر حسب بردارهای یکه‌ی $\hat{i}$ و $\hat{j}$ و کمیت‌های θ، g، μ، V و t بنویسید.

راهنمایی: بردار جابه‌جایی m نسبت به O برابر است با جمع برداری بردار جابه‌جایی m نسبت به A و بردار جابه‌جایی A نسبت به O.

ب) بردار سرعت جسم m را در لحظه‌ی t بر حسب بردارهای یکه‌ی $\hat{i}$ و $\hat{j}$ و کمیت‌های θ، g، μ، V و t به دست آورید.

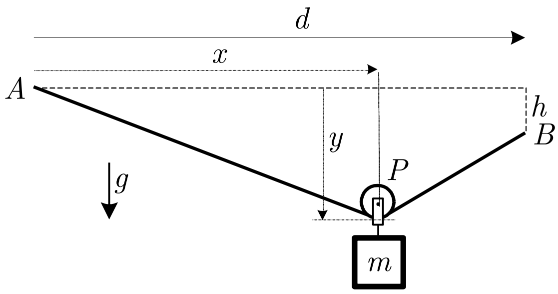
پ) K_1 انرژی جنبشی جرم m در لحظه‌ی $t=0$ و K_2 انرژی جنبشی آن در لحظه‌ی t را به دست آورید و $\Delta K = K_2 - K_1$ را حساب کنید. جواب‌ها را بر حسب m، θ، g، μ، V و t بیان کنید.

ت) نیروی وزن، نیروی عمودی سطح و نیروی اصطکاک وارد بر جرم m را به صورت برداری بر حسب بردارهای یکه‌ی $\hat{i}$ و $\hat{j}$ و کمیت‌های m، θ، g، μ و t بنویسید.

ث) کار هر یک از سه نیروی فوق در جابه‌جایی ذکر شده را بر حسب m، θ، g، μ، V و t به دست آورید.

ج) جمع کار نیروهای فوق را به دست آورید و آن را با نتیجه‌ی قسمت پ) مقایسه کنید.

یادآوری: چنانچه می‌دانید کار نیروی ثابت $\vec{F}$ در جابه‌جایی $\vec{d}$ از رابطه‌ی $W = Fd\,cos\alpha$ به دست می‌آید که α زاویه‌ی بین دو بردار است. می‌توان ثابت کرد که این کمیت بر حسب مؤلفه‌های دو بردار به صورت $W = F_x d_x + F_y d_y$ است.



۲) دو انتهای طناب نازکی به طول L را به دو نقطه‌ی ثابت A و B وصل می‌کنیم. فاصله‌ی قائم بین این دو نقطه h و فاصله‌ی افقی آن‌ها d است. قرقره‌ی بدون اصطکاک P که از جرم و ابعاد آن صرفنظر می‌کنیم، می‌تواند روی طناب حرکت کند. جرم m از محور قرقره آویزان است و دستگاه در حال تعادل است.

آ) کشش طناب را بر حسب m، g، d و L به دست آورید.

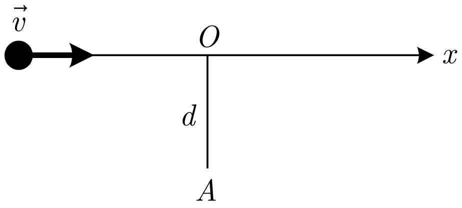
ب) مختصات قرقره، (x, y)، را نسبت به نقطه‌ی A بر حسب h، d و L به دست آورید.

اگر طنابی با طول اولیه‌ی L_0 کشسان باشد و با دو نیروی یکسان F از طرفین کشیده شود، طول آن به اندازه‌ی ΔL افزایش می یابد که از رابطه‌ی $\Delta L = \frac{F}{R} L_0$ به دست می‌آید. در این رابطه R کمیت ثابتی است. (این کمیت برای جسمی با سطح مقطع S برابر با YS است که Y را مدول یانگ می‌گویند.)

پ) فرض کنید طنابی که در شکل به دو نقطه‌ی A و B وصل شده، قبل از اتصال جرم m به آن دارای طول L_0 است. پس از اتصال جرم m و رسیدن به حالت تعادل، طول طناب L است. ثابت R را بر حسب m، g، d، L و L_0 به دست آورید.

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس استفاده کنید مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی تصحیح نخواهد شد

۳) سرعت نور در محیطی شفاف را w بگیرید که از سرعت نور در خلأ کوچکتر است. یک چشمه‌ی نقطه‌ای مطابق شکل با سرعت ثابت v ($v > w$) در این محیط بر روی محور x در حال حرکت است. ناظر A در فاصله‌ی d از محور x و زیر مبدأ O قرار دارد. فرض کنید در لحظه‌ی $t = 0$ چشمه در نقطه‌ی O و در لحظه‌ی t در نقطه‌ای به مختصه‌ی x است. نور گسیل شده در لحظه‌ی t از چشمه در لحظه‌ی T توسط ناظر دیده می‌شود.

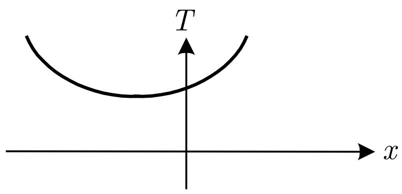


آ) T را بر حسب d، x، w و v به دست آورید.

ب) T را بر حسب d، t، w و v به دست آورید.

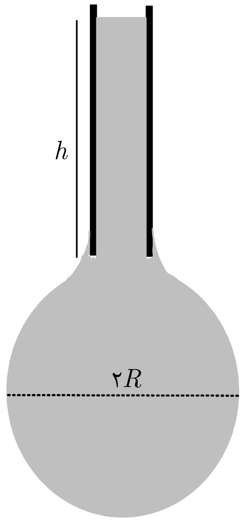
پ) X مختصه‌ی چشمه روی محور x را در لحظه‌ی T بر حسب d، t، w و v به دست آورید.

ت) نمودار T بر حسب x مطابق شکل است. ناظر A اولین بار چشمه را در نقطه‌ی x_0 و در لحظه‌ی T_0 می‌بیند. x_0 و T_0 را بر حسب d، w و v به دست آورید.



ث) برای زمان‌های $T > T_0$ ناظر چشمه را در چه مکان یا مکان‌هایی می‌بیند؟ جواب را بر حسب T، T_0، w و v بیان کنید.

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس استفاده کنید مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی تصحیح نخواهد شد



۴) لوله‌ای مطابق شکل حاوی مایعی به چگالی ρ است. در انتهای باز لوله قطره‌ای تشکیل شده که شکل آن تقریباً یک کره‌ی کامل به شعاع R است. ضریب کشش سطحی (که در انتهای مسئله توضیح داده شده است) برای این مایع σ است. ارتفاع مؤثر مایع در لوله با لحاظ کردن اثر مویینگی h است. فشار هوای بیرون $P_۰$ است. می‌خواهیم شعاع قطره را بر حسب کمیت‌های مرتبط به دست آوریم.

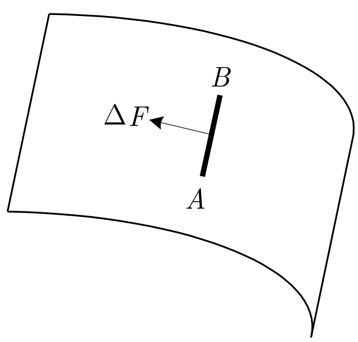
آ) ترکیب معینی از کمیت‌های σ، ρ و g یکای طول دارد. این ترکیب را بیابید و $a_۰$ بنامید.

ب) نیروهای وارد بر نیمکره‌ی پایینی را در نظر بگیرید و با استفاده از شرط تعادل، شعاع قطره را بر حسب h و $a_۰$ حساب کنید.

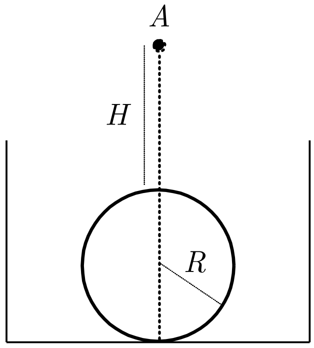
پ) جواب R را با توجه به آن که $a_۰$ خیلی از h کوچکتر است به طور تقریبی حساب کنید. از رابطه‌ی $\sqrt{۱+\varepsilon} \approx ۱+\varepsilon/۲$ برای ε بسیار کوچکتر از ۱ استفاده کنید.

ت) به ازای $h = ۸\ mm$ شعاع قطره $R = ۱/۲\ mm$ است. با فرض آن که $g = ۱۰\ m/s^۲$ و $\rho = ۱\ g/cm^۳$ ضریب کشش سطحی مایع را بر حسب N/m به دست آورید.

توضیح: عناصر واقع بر سطح تماس دو محیط یکدیگر را با نیرویی می‌کشند. فرض کنید سطح نشان داده شده در شکل مقابل سطح جدایی بین دو محیط است، مثلاً یک طرف صفحه آب و طرف دیگر آن هوا قرار دارد. عناصر واقع در سمت چپ پاره خط AB به طول ΔL عناصر سمت راست را مطابق شکل با نیرویی می‌کشند که با طول AB متناسب است، به طوری که $\Delta F = \sigma \Delta L$. به کمیت σ ضریب کشش سطحی گفته می‌شود که واحد آن نیوتن بر متر است.

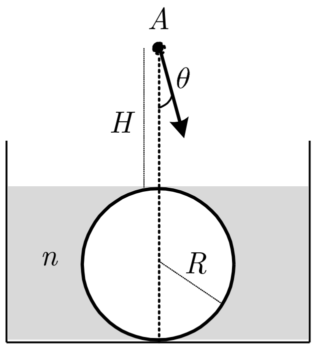


۵) کره‌ای کدر به شعاع R را درون ظرف مکعب مستطیل مقابل که کف آن افقی است گذاشته‌ایم. یک چشمه‌ی نقطه‌ای نور روی خط قائم گذرنده از نقطه‌ی تماس کره با کف ظرف و در فاصله‌ی H از بالای کره قرار دارد.



آ) مساحت سایه‌ی ایجاد شده در کف ظرف را بر حسب H و R به دست آورید.

ظرف را با مایع شفافی به ضریب شکست n پر می‌کنیم به طوری که سطح مایع در ظرف، مماس بر بالاترین نقطه‌ی کره شود و کره کاملاً درون مایع قرار گیرد.



ب) اگر θ زاویه‌ی یک پرتو دلخواه با امتداد قائم باشد، پرتوهای با $\theta < \theta_0$ به کف ظرف نمی‌رسند. در این حالت معادله‌ای برای $\sin\theta_0$ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\sin^3\theta_0 + a\sin^2\theta_0 + b\sin\theta_0 + c = 0,$$

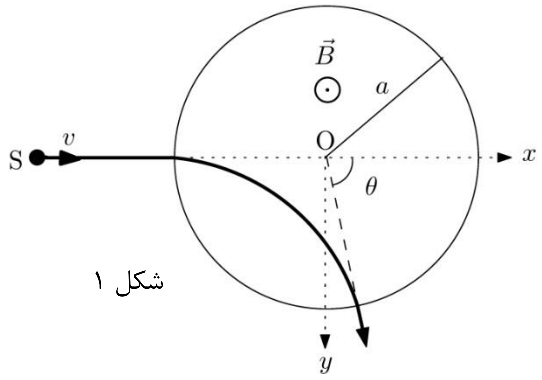
ضرایب a، b و c را بر حسب n، R و H به دست آورید.

پ) به ازای $H = R$، $\sin\theta_0$ را بر حسب n به دست آورید.

ت) به ازای $H = R$ و $n = \sqrt{3}$، مساحت سایه‌ی ایجاد شده در کف ظرف را بر حسب R به دست آورید.

در صورت لزوم از این قسمت به عنوان چرک نویس استفاده کنید مطالب این قسمت تحت هیچ شرایطی تصحیح نخواهد شد

۶) در یک ناحیه‌ی دایره‌ای به شعاع a و مرکز O میدان مغناطیسی B مطابق شکل عمود بر صفحه‌ی شکل و به سمت بیرون وجود دارد. خارج از این ناحیه میدان مغناطیسی صفر است. باریکه‌ای از ذراتی به جرم m و بار الکتریکی q با سرعت v در راستای یکی از قطرها که آن را محور x می‌گیریم، وارد این ناحیه می‌شود و مسیری دایره‌ای را طی می‌کند. پس از خروج از این ناحیه، جهت حرکت باریکه به اندازه‌ی زاویه‌ی θ نسبت به جهت اولیه منحرف می‌شود.



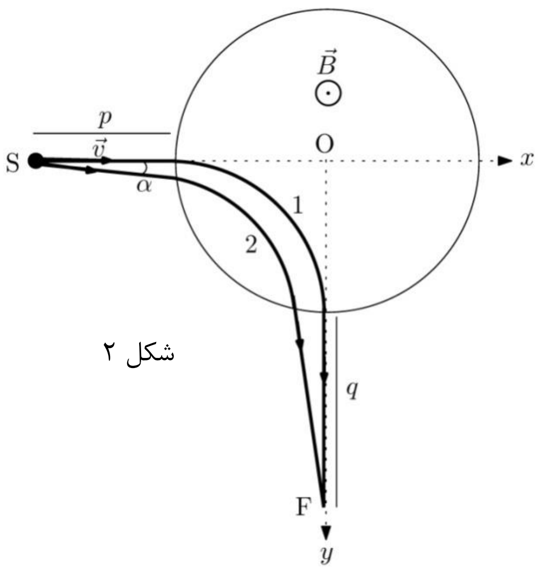
شکل ۱

آ) جرم ذرات، m را بر حسب B، a، q، v و θ به دست آورید.

ب) اگر C مرکز دایره‌ای باشد که ذرات باریکه در ناحیه‌ی میدان طی می‌کنند، مختصات نقطه‌ی C یعنی x_C و y_C را در دستگاه مختصات xOy شکل ۱ به دست آورید.

فرض کنید پارامترهای مسئله چنان تنظیم شده باشند که، ذراتی که درست روی محور x داخل میدان می‌شوند روی محور y خارج شوند (باریکه‌ی ۱ در شکل ۲).

از چشمه‌ی S که در فاصله‌ی p از دایره ناحیه‌ی میدان مغناطیسی قرار دارد علاوه بر باریکه‌ی یاد شده، باریکه‌ی ۲ هم در صفحه‌ی $x-y$ به سمت میدان گسیل می‌شود که با باریکه‌ی قبلی زاویه‌ی بسیار کوچک α می‌سازد.

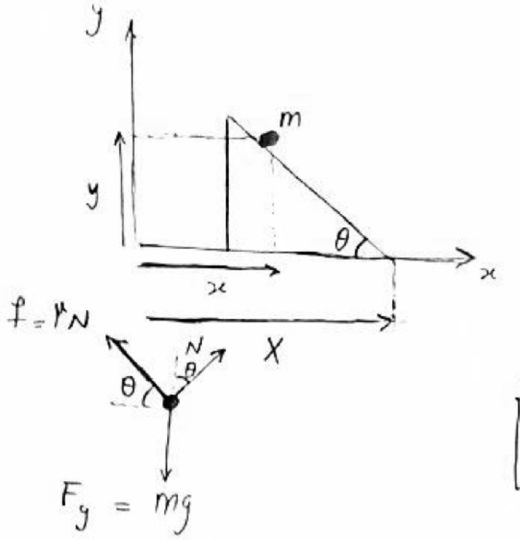


شکل ۲

پ) فرض کنید باریکه‌ی ۲ پس از عبور از میدان مغناطیسی در نقطه‌ی F روی محور y باریکه‌ی ۱ را قطع کند. فاصله‌ی F تا دایره را q بنامید و آن را بر حسب a و p به دست آورید.

ت) فرض کنید $p' = p + a$ و $q' = q + a$. مقدار $۱/p' + ۱/q'$ را به دست آورید و ساده کنید.

(الف-1



$$\frac{y}{X-x} = \tan\theta \Rightarrow a_y = -a_x \tan\theta \quad (1)$$

$$\begin{cases} N\cos\theta + \mu N \sin\theta - mg = ma_y \\ N\sin\theta - \mu N\cos\theta = ma_x \end{cases} \Rightarrow \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta} = \frac{a_x}{a_y + g} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta} = \frac{a_x}{g - a_x\tan\theta} \Rightarrow a_x(\cos\theta + \mu\sin\theta) = g(\sin\theta - \mu\cos\theta) - a_x\tan\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

$$\Rightarrow a_x = g\cos\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta) \overset{(1)}{\Rightarrow} a_y = -g\sin\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

$$\Delta\vec{r} = \left(\tfrac{1}{2}a_x t^2 + V t\right)\hat{i} + \left(\tfrac{1}{2}a_y t^2\right)\hat{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta\vec{r} = \left[\frac{gt^2}{2}\cos\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta) + Vt\right]\hat{i} - \frac{gt^2}{2}\sin\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)\hat{j}}$$

(ب

$$\boxed{\vec{v} = \left[gt\cos\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta) + V\right]\hat{i} - gt\sin\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)\hat{j}}$$

(پ

$$K_1 = \frac{1}{2}mV^2$$

$$K_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left[V^2 + g^2t^2(\sin\theta - \mu\cos\theta)^2 + 2Vgt\cos\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)\right]$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow \boxed{\Delta K = \frac{mg^2t^2}{2}(\sin\theta - \mu\cos\theta)^2 + mVgt\cos\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$$

(ت

$$\boxed{\vec{F_g} = -mg\hat{j}}$$

$$|\vec{N}| = mg\cos\theta \Rightarrow \boxed{\vec{N} = mg\cos\theta(\cos\theta\hat{j} + \sin\theta\hat{i})}$$

$$|\vec{f}| = \mu mg\cos\theta \Rightarrow \boxed{\vec{f} = \mu mg\cos\theta(\sin\theta\hat{j} - \cos\theta\hat{i})}$$

ت)

$$W_{F_g} = -mg\Delta y \Rightarrow \boxed{W_{F_g} = \frac{mg^2t^2}{2}\sin\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)}$$

$$W_N = mg\cos\theta\,(\cos\theta\Delta y + \sin\theta\Delta x) \Rightarrow \boxed{W_N = mgVt\sin\theta\cos\theta}$$

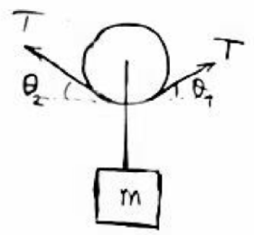
$$W_f = \mu mg\cos\theta(\sin\theta\Delta y - \cos\theta\Delta x) \Rightarrow \boxed{W_f = -\mu mg\cos\theta\left(Vt\cos\theta + \frac{gt^2}{2}(\sin\theta - \mu\cos\theta)\right)}$$

ج)

$$N = W_{F_g} + W_f + W_N = -\mu mgVt\cos^2\theta + \frac{mg^2t^2}{2}(\sin\theta - \mu\cos\theta)^2 + mgVt\sin\theta\cos\theta$$

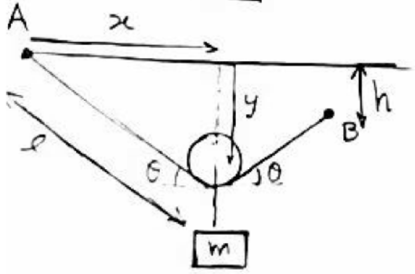
$$\Rightarrow \boxed{W = \frac{mg^2t^2}{2}(\sin\theta - \mu\cos\theta)^2 + mgVt\cos\theta(\sin\theta - \mu\cos\theta)} \Rightarrow \boxed{W = \Delta K}$$

2- آ)



$$T\cos\theta_1 = T\cos\theta_2 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 = \theta$$

$$\Rightarrow 2T\sin\theta = mg \Rightarrow T = \frac{mg}{2\sin\theta} \quad (1)$$



$$\cos\theta = \frac{x}{\ell} = \frac{d-x}{L-\ell} \Rightarrow xL - x\ell = d\ell - x\ell \Rightarrow \frac{x}{\ell} = \frac{d}{L}$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \frac{d}{L} \Rightarrow \sin\theta = \frac{\sqrt{L^2-d^2}}{L} \overset{(1)}{\Rightarrow} \boxed{T = \frac{mgL}{2\sqrt{L^2-d^2}}}$$

ب)

$$\sin\theta = \frac{y}{\ell} = \frac{y-h}{L-\ell} \Rightarrow yL - \ell y = \ell y - h\ell \Rightarrow y(L-2\ell) = -h\ell \Rightarrow y = \frac{h\ell}{2\ell - L}$$

$$x^2 + y^2 = \ell^2 \Rightarrow \frac{d^2}{L^2} + \frac{h^2}{(2\ell-L)^2} = 1 \Rightarrow \frac{h}{2\ell-L} = \frac{\sqrt{L^2-d^2}}{L} \Rightarrow 2\ell - L = \frac{hL}{\sqrt{L^2-d^2}}$$

$$\Rightarrow \ell = \frac{L}{2}\left(1 + \frac{h}{\sqrt{L^2-d^2}}\right) \Rightarrow \boxed{(x,y) = \left(\frac{d}{2}\left(1+\frac{h}{\sqrt{L^2-d^2}}\right), \frac{\sqrt{L^2-d^2}}{2}\left(1+\frac{h}{\sqrt{L^2-d^2}}\right)\right)}$$

پ)

$$L - L_0 = \frac{T}{R}L_0 \Rightarrow R = \frac{TL_0}{L-L_0} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mgLL_0}{2(L-L_0)\sqrt{L^2-d^2}}}$$

آ-3

$$\boxed{T = \frac{x}{v} + \frac{\sqrt{x^2+d^2}}{W}}$$

ب)

$$\boxed{T = t + \frac{\sqrt{d^2+v^2t^2}}{W}}$$

پ)

$$\boxed{X = vt + \frac{v}{W}\sqrt{d^2+v^2t^2}}$$

ت)

$$\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=x_0} = 0 \Rightarrow \frac{1}{v} + \frac{x_0}{W\sqrt{x_0^2+d^2}} = 0 \Rightarrow \frac{x_0^2}{x_0^2+d^2} = \frac{W^2}{v^2} \Rightarrow \boxed{x_0 = \frac{-dW}{\sqrt{v^2-W^2}}}$$

$$T_0 = -\frac{dW}{v\sqrt{v^2-W^2}} + \frac{dv}{W\sqrt{v^2-W^2}} \Rightarrow \boxed{T_0 = \frac{d\sqrt{v^2-W^2}}{Wv}}$$

ث) $d = \frac{WvT_0}{\sqrt{v^2-W^2}}$

$$T - \frac{x}{v} = \frac{\sqrt{x^2+d^2}}{W} \Rightarrow x^2\,\frac{W^2-v^2}{W^2v^2} - \frac{2T}{v}x + T^2 + \frac{v^2T_0^2}{W^2-v^2} = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{T}{v} \pm \sqrt{\frac{T^2}{v^2} - \frac{T_0^2}{W^2} - T^2\,\frac{W^2-v^2}{W^2v^2}}}{\frac{W^2-v^2}{W^2v^2}} \Rightarrow \boxed{x = \frac{W^2v^2}{W^2-v^2}\left[\frac{T}{v} \pm \frac{\sqrt{T^2-T_0^2}}{W}\right]}$$

آ-4

$$[a_0]^{\alpha}[\rho]^{\beta}[g]^{\gamma}[\sigma]^{\delta} = 1$$

$$[\Delta F] = [\sigma][\Delta L] \Rightarrow [\sigma] = MT^{-2} \Rightarrow L^{\alpha-3\beta+\gamma}\,T^{-2\gamma-2\delta}\,M^{\beta+\delta} = 1$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{-\alpha}{2},\ \gamma = \beta = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \boxed{a_0 = \sqrt{\frac{\sigma}{\rho g}}}$$

ب)

$$(P-P_0)\pi R^2 = 2\pi R\sigma - \frac{2}{3}\pi R^3\rho g \Rightarrow \rho g(R+h)R = 2\sigma - \frac{2\rho g R^2}{3} \Rightarrow \frac{5}{3}R^2 + hR - 2a_0^2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{R = \frac{3}{10}\left[\sqrt{h^2+\frac{40}{3}a_0^2} - h\right]}$$

پ)

$$a_0 \ll h \Rightarrow R = \frac{3h}{10}\left(\frac{20a_0^2}{3h^2}\right) \Rightarrow \boxed{R = \frac{2a_0^2}{h}}$$

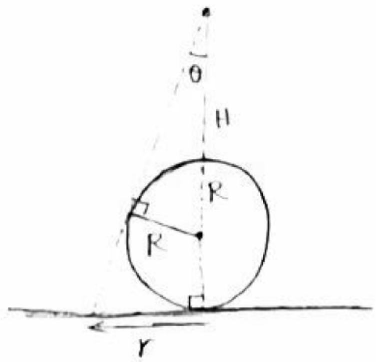
ت)

$R = 1.2\,mm$, $h = 8\,mm$

$g = 10\,\frac{m}{s^2}$, $\rho = 1\,\frac{gr}{cm^3}$

$$\sigma = \frac{\rho g R h}{2} = \frac{10^3 \times 10 \times 1.2 \times 8 \times 10^{-6}}{2} \Rightarrow \boxed{\sigma = 0.048\,\frac{N}{m}}$$

5- آ)

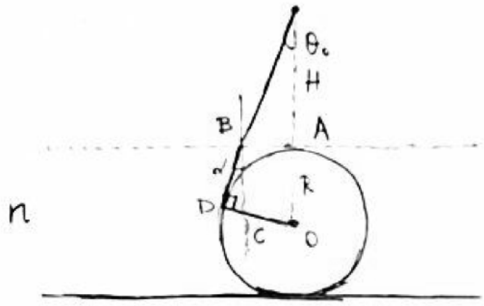


$$r = (2R+H)\tan\theta$$

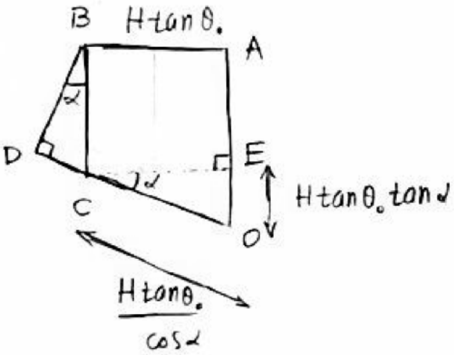
$$\sin\theta = \frac{R}{R+H} \Rightarrow \tan\theta = \frac{R}{\sqrt{H(2R+H)}} \Rightarrow r = R\sqrt{1+\frac{2R}{H}}$$

$$\Rightarrow S = \pi r^2 \Rightarrow \boxed{S = \pi R^2\left(1+\frac{2R}{H}\right)}$$

ب)



$$\sin\theta_0 = n\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sin\theta_0}{n} \quad (1)$$



$$AE = AO - OE = R - H\tan\theta_0\tan\alpha$$

$$DC = BC\sin\alpha = R\sin\alpha - H\tan\theta_0\frac{\sin^2\alpha}{\cos\alpha}$$

$$OC + DC = OD = R \Rightarrow R(1-\sin\alpha) = H\tan\theta_0\cos\alpha \quad (2)$$

$$x := \sin\theta_0 \xRightarrow{(1),(2)} R\left(1-\frac{x}{n}\right) = H\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}\sqrt{1-\frac{x^2}{n^2}} \Rightarrow R^2(n-x) = H^2\frac{x^2}{1-x^2}(n+x)$$

$$\Rightarrow R^2(n - nx^2 - x + x^3) = H^2(nx^2 + x^3) \Rightarrow x^3(H^2-R^2) + nx^2(H^2+R^2) + R^2x - nR^2 = 0$$

$$\Rightarrow \sin^3\theta_0 + n\frac{H^2+R^2}{H^2-R^2}\sin^2\theta_0 + \frac{R^2}{H^2-R^2}\sin\theta_0 - \frac{nR^2}{H^2-R^2} = 0 \Rightarrow \boxed{c = n\frac{H^2+R^2}{H^2-R^2}} \text{ و } \boxed{b = \frac{R^2}{H^2-R^2}}$$

$$\text{و } \boxed{a = -\frac{nR^2}{H^2-R^2}}$$

پ)

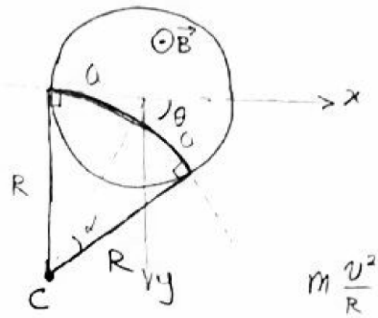
$$H = R \Rightarrow 2n\sin^2\theta_0 + \sin\theta_0 - n = 0 \Rightarrow \boxed{\sin\theta_0 = \frac{\sqrt{1+8n^2}-1}{4n}}$$

ت)

$$n=\sqrt{3} \Rightarrow \sin\theta_0=\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \sin\alpha=\frac{1}{3} \Rightarrow \tan\theta_0=\frac{1}{\sqrt{2}}, \tan\alpha=\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$r=H\tan\theta_0+2R\tan\alpha \Rightarrow r=\frac{R}{\sqrt{2}}+2R\frac{1}{2\sqrt{2}}=R\sqrt{2} \Rightarrow \boxed{S=2\pi R^2}$$

6-آ)



$$\alpha=\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right)=\frac{\theta}{2}$$

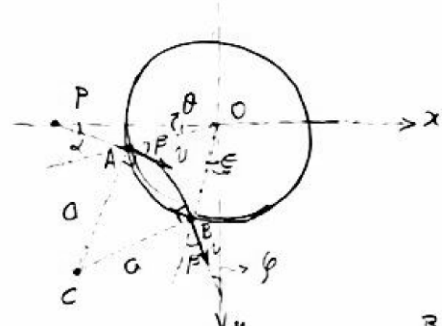
$$2R\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=2a\sin\left(\frac{\pi-\theta}{2}\right) \Rightarrow R=a\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$m\frac{v^2}{R}=qvB \Rightarrow R=\frac{mv}{qB} \Rightarrow \boxed{m=\frac{qBa}{v}\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

ب)

$$\boxed{x_C=-a}\ ,\ \boxed{y_C=a\cot\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

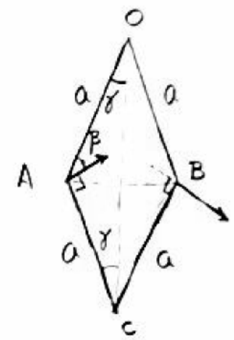
پ) چون در این بخش $\theta=\frac{\pi}{2}$ است پس $R=a$ می باشد



$$a\theta=p\alpha \Rightarrow \theta=\frac{p}{a}\alpha$$

به دلیل وجود تقارن در نقطه‌ی ورود و خروج زاویه با راستای شعاعی برابر و مقدار β است.

$$\beta=\alpha+\theta \Rightarrow \beta=\alpha\left(1+\frac{p}{a}\right)$$



$$2\gamma+\beta=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \gamma=\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\left(1+\frac{p}{a}\right)$$

$$\epsilon+\theta+2\gamma=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \epsilon+\theta=\beta=\alpha+\theta \Rightarrow \epsilon=\alpha$$

$$\beta=\varphi+\epsilon \Rightarrow \varphi=\frac{p\alpha}{a}$$

$$q\varphi=a\epsilon \Rightarrow \frac{qp\alpha}{a}=a\alpha \Rightarrow \boxed{q=\frac{a^2}{p}}$$

ت)

$$q'=q+a\ ,\ p'=p+a \Rightarrow (q'-a)(p'-a)=a^2 \Rightarrow q'p'=a(q'+p') \Rightarrow \boxed{\frac{1}{p'}+\frac{1}{q'}=\frac{1}{a}}$$